EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta **….052**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Ştiinţe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluţii complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,4)$ la punctul $B(5,6)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\cos^2\frac{\pi}{4}+\sin^2\frac{\pi}{4}$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{3}$.

(4p) **d)** Să se calculeze conjugatul numărului complex $2-5i$.

(2p) **e)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(3,4)$ şi $B(5,6)$ să aparțină dreptei de ecuație $x+ay+b=0$.

(2p) **f)** Dacă în triunghiul ABC, $AB=1, AC=2$ şi $m\left(\widehat{BAC}\right)=90^\circ$, să se calculeze lungimea laturii $[BC]$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze câte funcții $f:\{a,b\}\to\{1,2,3\}$ au proprietatea $f(a)\neq f(b)$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $n^2\geq n!$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-32=0$.

(3p) **d)** Să se calculeze suma $5+15+25+35+...+95$.

(3p) **e)** Dacă funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ şi $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ sunt $f(x)=x^{10}-1$ şi $g(x)=x^{15}+1$, să se calculeze $(g\circ f)(0)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\ln\left(x+x^2\right)$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $(0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f'(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}4xf'(x)$.

SUBIECTUL III (20p)

Pentru o matrice $M \in M_2(\mathbf{R})$, $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, se notează $tr(M) = a + d$.

(4p) **a)** Să se calculeze $tr(A)$, unde $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.

(4p) **b)** Să se arate că , dacă $B = C \in M_2(\mathbf{R})$, atunci $tr(B) = tr(C)$.

(4p) **c)** Să se găsească două matrice $P, Q \in M_2(\mathbf{R})$, $P \neq Q$, pentru care $tr(P) = tr(Q)$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $U, V \in M_2(\mathbf{R})$ şi $tr(U) = tr(V)$ şi $tr(U^2) = tr(V^2)$, atunci $\det(U) = \det(V)$.

(2p) **e)** Să se arate că $tr(aD + bE) = a \cdot tr(D) + b \cdot tr(E)$**,** $\forall a, b \in \mathbf{R}$ **,** $\forall D, E \in M_2(\mathbf{R})$**.**

(2p) **f)** Să se arate că $tr(F \cdot G) = tr(G \cdot F)$, $\forall F, G \in M_2(\mathbf{R})$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $L, N \in M_2(\mathbf{R})$ şi $tr(L \cdot X) = tr(N \cdot X)$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$, atunci $L = N$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+4}{x+5}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \geq 0$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.

(4p) **c)** Să se arate că $\dfrac{13}{10} \leq f(x) < 3$, $\forall x \in [0, \infty)$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **e)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$, la graficul funcției f.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \int_0^x f(t)dt$.

(2p) **g)** Să se rezolve, în intervalul $[0, \infty)$, ecuația $f(x) = 2$.